



מכללת אורט כפר-סבא

## מבני נתונים ויעילות אלגוריתמים

### תרגיל מס' 2

פתרו את השאלות הבאות. יש לסיים את התרגיל עד יום ד' (17.9).

#### שאלה 1

לפניכם רשימה של פונקציות זמן ריצה עבור אלגוריתמים שונים:

$10n$  ,  $n^2$  ,  $2^n$  ,  $n^2 + n$  ,  $n^3$  ,  $n \cdot \log n + n$  ,  $2^n + n \cdot \log n$  ,  $n \cdot \log n + 10 \cdot \log n$

א. מיינו את זמני הריצה, מהטוב ביותר אל הגרוע ביותר.

ב. מהו סדר הגודל של סיבוכיות זמן הריצה (במונחים של  $\Theta$ ) של כל אחת מהפונקציות הללו?

#### שאלה 2

נתונים מספר קטעי קוד, אשר בכל אחד מהם גודל הקלט הוא  $n$ . קבעו לכל אחד מהם את סיבוכיות זמן הריצה שלו (תוך שימוש בסימון  $\Theta$ ). אין צורך להוכיח את קביעתכם, אלא רק לצרף נימוק משכנע. בכל אחד מקטעי הקוד, הביטויים  $S1$ ,  $S2$  מציינים הוראות פשוטות, שלא משפיעות על ערכו של אף משתנה אחר, ואשר ביצוען אורך משך זמן קבוע  $\Theta(1)$ .

#### קטע ב'

```
c = n;
while (c > 1) {
    S1;
    c /= 10;
}
```

#### קטע ד'

```
a = 1;
while (a < n) {
    for (k = 1; k <= n; k++)
        S1;
    a = a * 2;
}
```

#### קטע א'

```
for (i = 1; i < n; i++) {
    S1;
    for (j = 0; j <= n; j++) {
        S2;
    }
}
```

#### קטע ג'

```
for (i = 1; i <= n; i++) {
    for (j = 1; j <= i; j++)
        for (k = 1; k <= 10; k++)
            S1;
    S2;
}
```

### קטע ו'

```
for (i = 1; i < n; i*=2)
  S1;
```

### קטע ח'

```
i = n;
while (i > 0) {
  for (j = 1; j <= n+10; j++)
    for (k = 1; k <= 5; k++)
      S1;
  i /= 2;
}
```

### קטע ה'

```
for (i = 1; i <= 10000; i++)
  for (j = 1; j <= i*n; j++)
    for (k = n; k <= n+15; k++)
      S1;
```

### קטע ז'

```
t = n;
while (t > 0) {
  s = n*n*n + t;
  t -= 5;
}
```

## שאלה 3

נתונות שתי הפונקציות :

$$g(n) = 5n + 7$$

$$f(n) = 8n^2 + 4n + 7$$

- א. האם  $f(n) = \Omega(g(n))$  ? הסבירו את תשובתכם על-סמך ההגדרה של  $\Omega$ .  
 ב. האם  $f(n) = \Theta(g(n))$  ? יש לנמק בפירוט את תשובתכם, אך אין צורך להוכיח.

## שאלה 4

נתונה הפונקציה  $f(n) = n + 10\log n$ .

האם  $f(n) = O(n)$  ? האם  $f(n) = \Omega(n)$  ? איזה מסקנה ניתן להסיק מתשובותיכם לשאלות אלו?

## שאלה 5

בכל אחד מהסעיפים, נתונות שתי פונקציות ריצה  $f(n)$  ו- $g(n)$ . קבעו לגבי כל סעיף, האם מתקיים :

(i)  $f(n) = \Omega(g(n))$  ו-  $f(n) \neq \Theta(g(n))$

(ii)  $f(n) = O(g(n))$  ו-  $f(n) \neq \Theta(g(n))$

(iii)  $f(n) = \Theta(g(n))$

א.  $f(n) = 2 \cdot n^2$   $g(n) = 50 \cdot n + 100$

ב.  $f(n) = n / 100$   $g(n) = 300 \cdot \log n + 100$

ג.  $f(n) = n^2$   $g(n) = 6 \cdot n^2 + n$

ד.  $f(n) = 0.4 \cdot n^3$   $g(n) = 6 \cdot n^3 + n^2 - 100$

ה.  $f(n) = 40 \cdot n^2 - 4$   $g(n) = 6 \cdot n^3 + n^2 - 100$

ו.  $f(n) = 10 \cdot n$   $g(n) = n + \log n$

ז.  $f(n) = n$   $g(n) = n \cdot \log n$

**שאלה 6 (רשות)**

בשיעור האחרון, השתמשנו בנוסחה לסכום  $n$  האיברים הראשונים של סדרה חשבונית:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

הוכיחו את נכונות הנוסחה.

**שאלה 7 (רשות)**

א. לפניכם הנוסחה לסכום חזקות שלישיות:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2 \cdot (n+1)^2}{4}$$

הוכיחו, באינדוקציה או בכל דרך אחרת, כי הנוסחה נכונה לכל  $n$  טבעי.

ב. לפניך קטע קוד, אשר גודל הקלט בו הוא  $n$ . קבעו את סיבוכיות זמן הריצה שלו (תוך שימוש בסימון  $\Theta$ ). אין צורך להוכיח את קביעתכם, אלא רק לצרף נימוק משכנע. הביטוי  $S$  מציין הוראה פשוטה, שלא משפיעות על ערכו של אף משתנה אחר, ואשר ביצועה אורך משך זמן קבוע  $\Theta(1)$ .

```
for (i = n; i > 0; i--) {  
    x = 2.0 / i;  
    for (y = 1; y < i*i; y+=x)  
        S;  
}
```

רמז: הנוסחה מסעיף א' יכולה לעזור.

